

THÁCH THỨC HÀNG TUẦN

Số 52

(16/3/26 – 29/3/26)

THCS:

Bài 1. Cho một đa giác đều có 2027 cạnh. Người ta sơn các đỉnh của đa giác bằng hai màu xanh hoặc đỏ. Chứng minh rằng tồn tại ba đỉnh của đa giác được sơn cùng màu và là ba đỉnh của tam giác cân.

Bài 2. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$D = \frac{3(x + y + z) - (x^3 + y^3 + z^3)}{xyz} + xy + yz + zx.$$

Bài 3. Cho tam giác ABC nội tiếp (O) , ngoại tiếp (I) . AI cắt lại (O) tại X . M, N lần lượt là trung điểm AC, AB . Lấy điểm K trên AC , điểm L trên AB sao cho $BK \parallel IM$ và $CL \parallel IN$. Đường thẳng qua I song song KL cắt BC tại T . Chứng minh rằng $\widehat{AXT} = 90^\circ$.

THPT:

Bài 1. Với a là số hữu tỉ, xét dãy số thực $\{a_n\}$ xác định bởi

$$a_1 = a; a_{n+1} = 3a_n^2 - 2, \quad \forall n \geq 1.$$

Tìm tất cả các số hữu tỉ a sao cho tồn tại $m \neq n$ mà $a_m = a_n$.

Bài 2. Cho tam giác ABC có tâm đường tròn nội tiếp là I và trọng tâm là G . Gọi R_1, R_2, R_3 theo thứ tự là bán kính đường tròn ngoại tiếp các tam giác IBC, ICA, IAB . Gọi R'_1, R'_2, R'_3 tương ứng là bán kính đường tròn ngoại tiếp các tam giác GBC, GCA, GAB . Chứng minh rằng

$$R'_1 + R'_2 + R'_3 \geq R_1 + R_2 + R_3.$$

Bài 3. Cho các số thực không âm x, y, z thỏa mãn $xy + yz + zx > 0$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{y^2 + yz + z^2} + \frac{1}{z^2 + zx + x^2} + \frac{1}{x^2 + xy + y^2} \geq \frac{1}{3(xy + yz + zx)} + \frac{8}{(x + y + z)^2}.$$

Tạp chí Tri Thức Trẻ